

**Esercitazione 12 dicembre 2014**  
**Matematica Applicata**  
**Ingegneria Biomedica**

Patricia Díaz de Alba

1. (Esercizio 2, Prova 10 Gennaio 2012). Assegnati

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ a & 3 & a \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

dire per quali valori di  $a$  il metodo di Gauss-Seidel converge. Posto  $a = -1$ , calcolare le prime due iterazioni del metodo, utilizzando il vettore iniziale  $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ .

2. (Esercizio 3, Prova 16 Luglio 2014). Calcolare i valori di  $\eta_1$  e  $\eta_2$  per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

con il seguente metodo alle differenze finite

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{7} [6f(x_i, \eta_i) + f(x_i + \frac{7}{2}h, \eta_i + \frac{7}{2}hf(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

con  $h = \frac{1}{2}$ .

3. (Esercizio 3, Prova 25 Settembre 2014). Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2-x}, & x \in [0, 10] \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Dire se il problema ammette un'unica soluzione e approssimare la soluzione nel punto  $x = 1$  con il seguente schema alle differenze finite

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + hf(x_i + \frac{h}{2}, \eta_i + \frac{h}{2}f(x_i, \eta_i)) \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

con  $h = \frac{1}{2}$ .

4. **(Esercizio 3, Prova 31 Marzo 2014)**. Trasformare il seguente problema del second'ordine

$$\begin{cases} y''(x) = -2y + 3y', & x \in [1, \infty) \\ y(1) = 1, & y'(1) = 0 \end{cases}$$

in un sistema del prim'ordine e calcolare i primi due passi  $\eta_1$  e  $\eta_2$  del metodo di Eulero con il passo  $h = \frac{1}{2}$ .

5. **(Esercizio 3, Prova 6 Giugno 2014)**. Trasformare il seguente problema del second'ordine

$$\begin{cases} y''(x) = \cos(2\pi x) + y, & x \in [1, \infty) \\ y(1) = 1, & y'(1) = 0 \end{cases}$$

in un sistema del prim'ordine e calcolare l'approssimazione in  $x = \frac{5}{2}$  con il metodo di Eulero utilizzando il passo  $h = \frac{1}{2}$ .